

**Aufgabe 1:** In der Schaltalgebra gelten die folgenden alternativen Absorptionsgesetze:

$$(x \vee \bar{y}) \wedge y = x \wedge y$$

$$(x \wedge \bar{y}) \vee y = x \vee y$$

a) Beweisen Sie die Behauptung, indem Sie die nachstehenden Wahrheitstabellen ergänzen:

	x	y	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$x \vee \bar{y}$	$x \wedge \bar{y}$	$(x \vee \bar{y}) \wedge y$	$x \wedge y$	$(x \wedge \bar{y}) \vee y$	$x \vee y$
0	0	0								
1	0	1								
2	1	0								
3	1	1								

b) Führen Sie den Beweis erneut, diesmal aber auf algebraische Weise.

c) Übertragen Sie die Gesetze in die Sprache der Mengenalgebra. Sind sie dort auch gültig?

**Aufgabe 2:** Zeigen Sie, dass die booleschen Ausdrücke

$$\psi = \overline{x \wedge \bar{y}} \vee x \vee y$$

$$\phi = (x \wedge y) \vee \overline{(x \vee \bar{y}) \wedge y}$$

Tautologien sind, indem Sie

a) für beide Funktionen eine Wahrheitstafel aufstellen,

b) den Beweis durch algebraische Umformung führen.

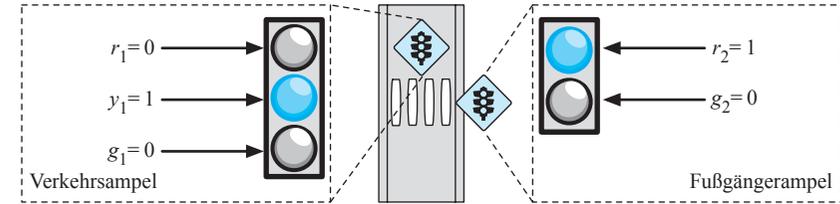
**Aufgabe 3:** Bildet das nachstehende Tripel  $(V, \bullet, +)$  eine boolesche Algebra?

$$V := \{1, 2, 3, 6\}$$

$\bullet := \text{kgV}$  (kleinstes gemeinsames Vielfaches)

$+ := \text{ggT}$  (größter gemeinsamer Teiler)

**Aufgabe 4:** Ihre Aufgabe ist es, die Steuerung einer Ampelanlage zu entwerfen. Die gesamte Anlage besteht aus einer dreifarbigigen Verkehrsampel und einer zweifarbigigen Fußgängerampel. Jedes der fünf Lichter kann unabhängig voneinander über die Steuersignale  $r_1, y_1, g_1$  bzw.  $r_2, g_2$  an- und ausgeschaltet werden:



Für die Steuerung der Ampel existiert ein Dualzähler, der die Funktion eines Taktgebers übernimmt. Der Zählerstand wird durch die Variablen  $x_3, \dots, x_0$  repräsentiert. Ferner existiert ein separates Bedarfssignal  $b$ , das angibt, ob Fußgänger über die Straße möchten ( $b = 1$ ) oder nicht ( $b = 0$ ). Nehmen Sie an, dass sich der Wert von  $b$  nur dann ändern kann, wenn der Dualzähler von 1111 auf 0000 zurückspringt.

Die Ampelanlage funktioniert wie folgt: Ist  $b = 0$ , so steht die Verkehrsampel für die vollen 16 Takte einer Zählphase konstant auf Grün und die Fußgängerampel konstant auf Rot. Ist  $b = 1$ , so steht die Verkehrsampel ebenfalls zunächst auf Grün und die Fußgängerampel auf Rot. Die Grünphase der Verkehrsampel dauert 7 Takte. Danach wechselt die Verkehrsampel über Gelb auf Rot. Nach einem weiteren Takt Wartezeit wechselt die Fußgängerampel für 5 Takte auf Grün. Im Anschluss daran wird nach dem gleichen Schema wieder gewechselt.

Modellieren Sie die Steuerlogik der Ampelanlage mit Hilfe einer Wahrheitstabelle.

**Aufgabe 5:** Vereinfachen Sie die folgenden booleschen Ausdrücke so weit wie möglich durch die Anwendung der algebraischen Umformungsregeln.

a)  $\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3$

b)  $x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4$